**Εικόνα που περιέχει κείμενο

Περιγραφή που δημιουργήθηκε αυτόματα**

**Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών**

**<<Πληροφορική και Δίκτυα>>**

**Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών**

**Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα**

Θέμα

**<<Χρονοπρογραμματισμός εξετάσεων Πανεπιστημίου>>**

Βανάκα Χριστίνα

ΑΜ:103

‘Αρτα 2021

**Πίνακας Περιεχομένων**

Περίληψη……………..…………………………………………………………………………………………….3

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ (ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ NP-COMPLETE)….…………………………………………………4
2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ………………..4
3. ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ………………………….…………………………………………………….4
   1. ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ (Toronto Datasets)…………….……………………..5
   2. ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ……………………..……….6
4. ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ………………………………………………………………………………6
   1. FIRST FIT……..………………………………………………………………………………………….7
   2. DSATUR…………………………………………………………………………………………………..7
   3. RLF………………………………………………………………………………………………………….7
5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ……….……………………………………………………….7

6. Αναφορές……...……………………………………………………………………………………………….8

**Περίληψη**

Το κύριο θέμα αυτής της τεχνικής αναφοράς είναι η προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος χρονοπρογραμματισμός εξετάσεων Πανεπιστημίου ,το οποίο εξετάζεται εδώ και χρόνια από πολλούς ερευνητές ως προς τις τεχνικές που θα επιφέρουν τα πιο βέλτιστα αποτελέσματα. Τα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού εξετάσεων ανήκουν στην κατηγορία προβλημάτων NP-hard πράγμα που σημαίνει ότι οι ακριβείς μέθοδοι δεν είναι σε θέση να λύσουν προβλήματα με μεγέθη πρακτικής σημασίας. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή ως προς την κλάση πολυπλοκότητας NP-Complete όπου και κάποιες εκδοχές του προβλήματος ανήκουν σε αυτήν την κλάση. Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφεται το πρόβλημα χρωματίσματος γραφημάτων(Graph Coloring Problem), τεχνική την οποία χρησιμοποιούμε για την επίλυση του προβλήματος. Στη συνέχεια στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά και ανάπτυξη τεχνικών προσέγγισης επίλυσης σύμφωνα με την διεθνή βιβλιογραφία, καθώς και παρουσίαση των Toronto datasets και του πίνακα στατιστικών στοιχείων τους, για τα οποία και καλούμαστε να αναπτύξουμε κώδικα ώστε να βρεθεί η λύση με το λιγότερο κόστος. Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι πιο ευρέως χρησιμοποιημένοι ευρετικοί αλγόριθμοι First Fit,DSATUR και RLF οι οποίοι και επιφέρουν αποδεδειγμένα ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς την βέλτιστη λύση του προβλήματος. Τέλος, στα επόμενα δύο κεφάλαια γίνεται αναφορά στα αποτελέσματα του προβλήματος, καθώς και στην κατάληξη των συμπερασμάτων.

**1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ (ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ NP-COMPLETE)**

Στην Επιστήμη των Υπολογιστών η Θεωρία της Πολυπλοκότητας (Computational Complexity) έχει σαν κύριο στόχο την ταξινόμηση των προβλημάτων ανάλογα με τον βαθμό «πολυπλοκότητας» τους, ανάλογα δηλαδή με το «πόσο δύσκολα είναι» να επιλυθούν. Τα προβλήματα μπορούν να ταξινομηθούν σε τέσσερις κλάσεις πολυπλοκότητας P,NP,NP-Complete,NP-Hard.Το NP-Complete(Non-deterministic Polynomial) θεωρείται το πρόβλημα εκείνο το οποίο είναι τόσο NP (επαληθεύσιμο σε μη προσδιοριστικό πολυωνυμικό χρόνο), όσο και NP-Hard (οποιοδήποτε πρόβλημα NP που μπορεί να μεταφραστεί σε αυτό το πρόβλημα).Με άλλα λόγια NP-Complete είναι ένα οποιοδήποτε από τις κατηγορίες υπολογιστικών προβλημάτων για τα οποία δεν έχει βρεθεί αποδοτικός αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου για την επίλυση του η οποία γίνεται προσεγγιστικά. Πιο συγκεκριμένα, όταν ένα NP-Complete πρέπει να λυθεί ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιηθεί πολυωνυμικός αλγόριθμος για την προσέγγιση της λύσης η οποία προφανώς δεν θα είναι η βέλτιστη αλλά αρκετά κοντά.

**2.ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ**

Τα προβλήματα προγραμματισμού όπως και ο χρονοπρογραμματισμός εξετάσεων Πανεπιστημίου που καλούμαστε να υλοποιήσουμε, μπορεί συχνά να μοντελοποιηθούν ως προβλήματα χρωματισμού γραφημάτων. Το πρόβλημα χρωματισμού γραφήματος (Graph Coloring Problem) είναι ένα από τα NP-Hard προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης που μελετάται για την πολυπλοκότητά του. Ο χρωματισμός γραφήματος περιλαμβάνει χρωματισμό κορυφής και χρωματισμό άκρων. Δεδομένου ενός αριθμού κορυφών, οι οποίες σχηματίζουν ένα συνδεδεμένο γράφημα, ο στόχος είναι να χρωματιστεί κάθε κορυφή έτσι ώστε εάν δύο κορυφές συνδέονται στο γράφημα (γειτονικές κορυφές) θα χρωματιστούν με διαφορετικά χρώματα. Επιπλέον, ο αριθμός των διαφορετικών χρωμάτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον χρωματισμό των κορυφών είναι περιορισμένος και ένας δευτερεύων στόχος εντοπίζει τον ελάχιστο αριθμό διαφορετικών χρωμάτων που απαιτούνται για τον χρωματισμό ενός συγκεκριμένου γραφήματος χωρίς να παραβιάζεται ο περιορισμός γειτνίασης. Αυτός ο αριθμός για ένα δεδομένο γράφημα είναι γνωστός ως ο χρωματικός αριθμός.

**3.ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ**

Δεδομένου ότι ο χρονοπρογραμματισμός των εξετάσεων είναι ένας τύπος προβλήματος προγραμματισμού που έχει πολυπλοκότητα NP-hard, έτσι πολλοί ερευνητές έχουν διερευνήσει στοχαστικές μεθόδους όπως ευρετικές και μετα-ευρετικές προσεγγίσεις για να βρουν βέλτιστες ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις. Μέχρι πρόσφατα, στην επιστημονική βιβλιογραφία έχουν προταθεί πολλές προσεγγίσεις για την επίλυση του προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού των εξετάσεων, και υπάρχουν διάφορες έρευνες οι οποίες τις εξετάζουν. Σύμφωνα με μια αρκετά εμπεριστατωμένη έρευνα που περιγράφει το πρόβλημα, την τεχνική για την επίλυσή του και τα σύνολα δεδομένων αναφοράς που υπάρχουν για αυτό το πρόβλημα, οι τεχνικές επίλυσης χωρίζονται σε κατηγορίες όπως βάσει γραφημάτων, περιορισμών, τοπικών αναζητήσεων και πληθυσμού.

* **Τεχνικές βασισμένες στην αναζήτηση σε γράφους(Graph based sequential Techniques)**

Οι εξετάσεις μπορούν να αναπαρασταθούν σαν κορυφές ενός γραφήματος και οι αυστηροί περιορισμοί σαν τις ακμές που ενώνουν αυτές τις κορυφές. Ο χρωματισμός των κορυφών ώστε 2 διπλανές κορυφές να μην έχουν το ίδιο χρώμα αποτελεί το λεγόμενο πρόβλημα χρωματισμού γράφου (Graph Coloring) το οποίο αναλύσαμε προηγουμένως, και είναι ισοδύναμο με την εκχώρηση timeslot για την εξέταση του κάθε μαθήματος.

* **Τεχνικές εκπλήρωσης περιορισμών (Constraint based techniques)**

Οι εξετάσεις μοντελοποιούνται σαν μεταβλητές σε πεπερασμένους τομείς. Στην συνέχεια αυτές οι μεταβλητές παίρνουν τιμές σειριακά και αφού αντιπροσωπεύουν μαθήματα και ώρες έχουμε λύση στο πρόβλημα.

* **Τεχνικές βασισμένες σε τοπική αναζήτηση(Local search techniques)**

Είναι μια κατηγορία τεχνικών οι οποίες αναζητούν λύσεις σε μια ‘γειτονιά’ μιας ήδη γνωστής μερικής λύσης. Η όλη διαδικασία οδηγείται εν γένει από μια γνωστή objective function η οποία χρησιμοποιείται για να αξιολογήσει της λύσεις που έχουν βρεθεί ήδη. Ανάλογα με τον τρόπο που αναζητούν λύση στο χώρο καταστάσεων αυτά τα υπερευρετικά μπορούν να διαχωριστούν στις εξής δυο ομάδες **1**) **Tabu Search** όπου σε μία λίστα tabu αποθηκεύονται οι περιορισμοί που δίνονται από το πρόβλημα και πρόσφατες αξιολογημένες λύσεις έτσι ώστε αν μια πιθανή λύση παραβιάζει κάποιον κανόνα ή ο αλγόριθμος την έχει προσπελάσει ξανά τότε αυτή θεωρείται tabu και ο αλγόριθμος συνεχίζει την αναζήτηση αλλού, και **2)** **Simulated Annealing** όπου οι αλγόριθμοι αυτοί χρησιμοποιούν στοχαστικά μοντέλα για να περάσουν από τη μία κατάσταση στην άλλη και εν γένει βρίσκουν γρήγορα λύσεις που προφανώς είναι μη βέλτιστες ,αλλά είναι κοντά σε αυτές.

* **Τεχνικές βασισμένες στον πληθυσμό (Population Based Algorithms)**

Χωρίζονται σε 2κατηγορίες οι οποίες είναι : 1) Ant algorithms και 2)Γενετικοί κ Μιμητικοί αλγόριθμοι(Genetic and Memetic algorithms)

Εκτός από τις προαναφερθείσες τεχνικές, έχουν προταθεί αρκετές προσεγγίσεις λύσεων που προέρχονται από διάφορους κλάδους, και αναφέρθηκαν ικανοποιητικά αποτελέσματα.

**3.1 ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ(Toronto datasets)**

Το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εξετάσεων είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, του οποίου ο στόχος είναι να αντιστοιχίσει ένα σύνολο εξετάσεων σε ένα σύνολο χρονικών διαστημάτων με τρόπο που να ικανοποιείται ένα σύνολο περιορισμών. Οι περιορισμοί κατηγοριοποιούνται ως ¨σκληροί¨ προκειμένου να είναι εφικτή μια λύση και ¨μαλακοί¨ έτσι ώστε η λύση να γίνεται καλύτερη από άποψη ποιότητας. Επίσης υπάρχουν δυο εκδοχές του προβλήματος που έχουν να κάνουν ή όχι με την χωρητικότητα αιθουσών. Εμείς στο πρόβλημά που καλούμαστε να επιλύσουμε έχουμε ώς δεδομένα τα Toronto datasets τα οποία είναι και τα πιο ευρέως χρησιμοποιημένα. Σε αυτά τα δεδομένα δεν υπάρχει περιορισμός χωρητικότητας.

Ο ¨σκληρός¨ περιορισμός που έχουμε να αντιμετωπίσουμε είναι ότι δεν πρέπει να υπάρχουν σπουδαστές που θα έπρεπε να συμμετάσχουν σε εξετάσεις σε περισσότερα του ενός μαθήματα την ίδια περίοδο, ενώ ¨μαλακός¨ περιορισμός περιλαμβάνει την εξάπλωση των εξετάσεων σε ολόκληρη την εξεταστική περίοδο προκειμένου να διευκολυνθεί η προετοιμασία των μαθητών, και πιο συγκεκριμένα να ελαχιστοποιήσουμε την ποινή του μαλακού περιορισμού που είναι 6, 8, 4, 2 ή 1 σε κάθε περίπτωση που ένας φοιτητής συμμετέχει σε δύο εξετάσεις που απέχουν 1, 2, 3, 4 ή 5 περιόδους αντίστοιχα. Θεωρώντας κάθε εξέταση ως κόμβο ενός γραφήματος και κάθε ακμή ανάμεσα σε δύο κόμβους να υποδηλώνει την ύπαρξη κοινών φοιτητών ανάμεσα στις δύο εξετάσεις που βρίσκονται στα άκρα της ακμής, το πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως πρόβλημα χρωματισμού γραφήματος όπου κάθε χρώμα είναι και μια περίοδος εξέτασης.

**3.2 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ**

Ο πίνακας 1 μας δείχνει λεπτομερείς πληροφορίες από 13 στιγμιότυπα προβλημάτων για τα οποία καλούμαστε να επιλύσουμε. Πιο συγκεκριμένα θα δίνονται πληροφορίες για τον αριθμό των φοιτητών, τον αριθμό των μαθήματων που είναι εγγεγραμμένοι, τον αριθμό των εξετάσεων, τον αριθμό των διαθέσιμων περιόδων και την πυκνότητα των συγκρούσεων.

Για τον υπολογισμό της πυκνότητας θα πρέπει να κατασκευαστεί ο πίνακας συγκρούσεων. Ο πίνακας συγκρούσεων είναι ένας δισδιάστατος πίνακας c στον οποίο κάθε στοιχείο cij = 1 αν η εξέταση i βρίσκεται σε σύγκρουση με την εξέταση j ενώ ισχύει ότι cij = 0 σε άλλη περίπτωση. Η πυκνότητα συγκρούσεων υπολογίζεται διαιρώντας τον αριθμό των στοιχείων του πίνακα συγκρούσεων που έχουν την τιμή 1 με το συνολικό πλήθος των στοιχείων του πίνακα.

Εικόνα που περιέχει πίνακας

Περιγραφή που δημιουργήθηκε αυτόματα

Πίνακας 1. Στατιστικά στοιχεία προβλημάτων

**4.ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**

Δεδομένης της πολυπλοκότητας του χρονοπρογραμματισμού εξετάσεων αρκετοί αλγόριθμοι έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση τους. Κάποιοι από αυτούς έχουν δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς την βέλτιστη λύση του προβλήματος. Ευρετικοί αλγόριθμοι όπως ο FIRST FIT, DSATUR και RLF αποδεδειγμένα κερδίζουν έδαφος ως προς την φάση υλοποίησης του κώδικα για επίλυση του προβλήματος.

**4.1 FIRST FIT**

Ένας από τους πιο συνηθισμένους πολυωνυμικούς αλγορίθμους χρωματισμού είναι ο First Fit, γνωστός και ως Greedy Coloring. Ο αλγόριθμος First Fit είναι η ευκολότερη και ταχύτερη τεχνική όλων των Greedy Coloring ευρετικών αλγορίθμων. Στον First-Fit προσπαθούμε να χρωματίσουμε οποιαδήποτε κορυφή με το πρώτο διαθέσιμο χρώμα ξεκινώντας από οποιαδήποτε αυθαίρετη κορυφή. Μεγάλο πλεονέκτημα του αλγορίθμου είναι η απλότητα αλλά και η ταχύτητα του, βέβαια μετά από συγκρίσεις με άλλους αλγορίθμους αποδείχτηκε ότι τα αποτελέσματα είναι κατώτερα σε σύγκριση με άλλους αλγόριθμους οι οποίοι βασίζονται στην ταξινόμηση βαθμού. Ο First-Fit καταχωρεί τον λιγότερο θετικό ακέραιο ο οποίος δεν χρησιμοποιείτε από κάποια γειτονική κορυφή. Επίσης ο αριθμός των χρωμάτων που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος σε ένα γράφημα εξαρτάται από την σειρά των κορυφών και μπορεί να διαφοροποιείτε πολύ.

**4.2 DSATUR(Degree of Saturation Algorithm)**

Ο DSATUR είναι ο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενος άπληστος αλγόριθμος για την επίλυση του GCP(Graph Coloring Problem). Η ιδέα πίσω από τον DSATUR είναι να χρωματιστεί μια κορυφή με τον μεγαλύτερο αριθμό χρωμάτων που χρησιμοποιούνται από τις γειτονικές κορυφές, με σκοπό να γίνει ο συνολικός αριθμός χρωμάτων που χρησιμοποιούνται όσο το δυνατόν μικρότερος. Ας υποθέσουμε ότι οι κορυφές v1, v2, ..., vi-1 έχουν επιλεγεί και χρωματιστεί. Στη συνέχεια, στο βήμα i, επιλέγεται η κορυφή vi με τον μέγιστο βαθμό κορεσμού. Ο βαθμός κορεσμού μιας κορυφής ορίζεται ως ο αριθμός των διαφορετικών χρωματισμένων κορυφών στις οποίες βρίσκεται η κορυφή. Για παράδειγμα, εάν μια κορυφή v έχει βαθμό ίσο με 4 όπου ένας από τους γείτονές του είναι άχρωμος, δύο από αυτούς είναι χρωματισμένοι με χρώμα ίσο με 1, ενώ ο τελευταίος χρωματίζεται με χρώμα ίσο με 3, τότε η κορυφή v έχει βαθμό κορεσμού ίσο με 2. Κατά την επιλογή μιας κορυφής μέγιστου βαθμού κορεσμού, οι δεσμοί σπάζουν υπέρ της κορυφής με τον μεγαλύτερο βαθμό.

**4.3 RLF(Recursive Largest First Algorithm)**

Όπως ο DSATUR έτσι και ο RLF είναι ένας πολύ γνωστός άπληστος αλγόριθμος ο οποίος επιτυχημένα χρωματίζει κορυφές. Ο αλγόριθμος RLF χρωματίζει τις κορυφές σε φθίνουσα σειρά σύμφωνα με τον βαθμό κορυφής, ο οποίος ορίζεται ως αριθμός των κορυφών που συνδέεται μια κορυφή. Στις κορυφές εκχωρείται η χαμηλότερη διαθέσιμη κατηγορία χρωμάτων. Αυτό επαναλαμβάνεται έως ότου όλες οι κορυφές είτε έχουν χρωματιστεί είτε δεν μπορεί να αντιστοιχιστεί ένα χρώμα χωρίς να δημιουργηθεί διένεξη. Η ιδέα πίσω από αυτό είναι ότι αυτό θα αυξήσει την πιθανότητα στις δύσκολες κορυφές (οι οποίες είναι πιθανό να έχουν υψηλό βαθμό) να αποκτήσουν χρώμα νωρίς. Με αυτόν τον τρόπο θα αποφευχθούν καταστάσεις όπου μια κορυφή δεν μπορεί να έχει χρώμα, και έτσι θα αυξηθεί ο αριθμός των κορυφών που είναι χρωματισμένες στο τέλος.

**5.ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ/ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Δεν κατέστη δυνατή η κατάληξη σε αποτελέσματα λόγω μη τελειοποίησης του κώδικα.

**Αναφορές**

<http://bbrc.in/bbrc/an-approach-to-solve-graph-coloring-problem-using-adjacency-matrix/>

<http://ceur-ws.org/Vol-533/09_LANMR09_06.pdf>

<http://ceur-ws.org/Vol-841/submission_10.pdf>

<https://core.ac.uk/download/pdf/159181294.pdf>

<https://eaphelp.blogspot.com/2016/01/Complexity-Class.html>

<http://eprints.nottingham.ac.uk/12709/1/Thesis.pdf>

<https://github.com/Ajaypal91/Graph_Coloring_Algorithms_Implementation>

<https://github.com/tomprosa/Algorithms_and_Complexity>

<https://nemertes.lis.upatras.gr/jspui/bitstream/10889/2524/1/thesis_gogos.pdf>

<https://nemertes.lis.upatras.gr/jspui/bitstream/10889/6721/1/Kominos_thesis_Final.pdf>

<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:dM6m6ElOmpUJ:www.cs.uu.nl/education/scripties/pdf.php%3FSID%3DINF/SCR-2009-095+&cd=1&hl=el&ct=clnk&gl=gr&client=firefox-b-d>

<https://www.baeldung.com/cs/p-np-np-complete-np-hard>

<http://www.dei.unipd.it/~fisch/ricop/RO2/2008_Book_HybridMetaheuristics.pdf>

<http://www.m-hikari.com/ijma/ijma-2010/ijma-49-52-2010/mansuriIJMA49-52-2010.pdf>

<https://www.mdpi.com/2079-3197/8/2/46/htm>

<https://www.researchgate.net/publication/309585874_A_Performance_Comparison_of_Graph_Coloring_Algorithms>

<https://www.researchgate.net/publication/311916215_A_Performance_Comparison_of_Graph_Coloring_Algorithms>

<https://www.researchgate.net/publication/41152341_Greedy_Algorithms_for_the_Minimum_Sum_Coloring_Problem>

<https://www.researchgate.net/publication/263657499_Solving_the_Examination_Timetabling_Problem_in_GPUs>

<https://www.researchgate.net/publication/26445579_New_Graph_Coloring_Algorithms>

<https://www.tutorialspoint.com/cplusplus-program-for-first-fit-algorithm-in-memory-management>